почти периодов τ:

$$\sup_{t\in R^1} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \|K(t+\tau, s+\tau) - K(t,s)\| ds < \varepsilon.$$

Утверждение. *Пространство всех почти периодических $n\times n$-матриц совпадает с замыканием линейной оболочки матриц вида* $\exp(i\alpha t)P(t-s)$, *где* $i=\sqrt{-1}$, $P(t)\in L_1^{n\times n}(R^1)$.

Оказывается, что уравнение (1) обладает многими свойствами, присущими интегральным уравнениям с разностным ядром. В частности, нетеровость уравнения (1) в пространстве непрерывных и ограниченных на R_+ функций $BC^n(R_+)$ влечет его нетеровость и совпадение дефектных чисел во многих естественных его подпространствах. Отсюда следует, что спектр оператора

$$\tilde{K}x = \int\limits_0^{\infty} K(t,s)x(s)ds$$

в пространстве $BC^n(R_+)$ совпадает со спектром его сужений на эти подпространства.

Полученные результаты применяются также для исследования интегро-дифференциальных уравнений вида $x' = A(t)x + \tilde{K}x + f$, где $A(t)$ — почти периодическая по Бору $n\times n$-матрица.

И. К. Рахимов, Р. Н. Сухов (Казань)

БИСИНГУЛЯРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ВНЕШНИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Следуя работам [1, 2], устанавливается простое достаточное условие существования и единственности решения двумерного сингулярного интегрального уравнения с ядрами Гильберта

$$A\varphi \equiv a_0(s,\sigma)\varphi(s,\sigma) + \frac{a_1(s,\sigma)}{2\pi}\int_0^{2\pi} \operatorname{ctg}\frac{\xi - s}{2}\varphi(\xi,\sigma)\,d\xi +$$

$$+\frac{a_2(s,\sigma)}{2\pi}\int_0^{2\pi}\operatorname{ctg}\frac{\eta-\sigma}{2}\varphi(s,\eta)\,d\eta+$$

$$+\frac{a_{12}(s,\sigma)}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\operatorname{ctg}\frac{\xi-s}{2}\operatorname{ctg}\frac{\eta-\sigma}{2}\varphi(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta+ \tag{1}$$

$$+\frac{\lambda}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}h(s,\sigma;\xi,\eta)\varphi(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta=f(s,\sigma),$$

где $a_i\in C\left([0,2\pi]^2\right)$, $h\in L_2\left([0,2\pi]^4\right)$ и $f\in L_2\left([0,2\pi]^2\right)$ — известные функции, а $\varphi(s,\sigma)\in L_2\left([0,2\pi]^2\right)$ — искомая функция.

Теорема 1. *Пусть* $h(s,\sigma;\xi,\eta)=-h(\xi,\eta;s,\sigma)$ *и*

$$\gamma^2\equiv\min_{s,\sigma}|a_0(s,\sigma)|-\max_{s,\sigma}|a_1(s,\sigma)|-\max_{s,\sigma}|a_2(s,\sigma)|-$$

$$-\max_{s,\sigma}|a_{12}(s,\sigma)|>0. \tag{2}$$

Тогда при любых $\lambda\in\mathbb{R}$ *уравнение (1) имеет единственное решение* $\varphi^*\in L_2$ *при любой правой части* $f\in L_2$*, причем*

$$\|\varphi^*(s,\sigma)\|_{L_2}\le\gamma^{-2}\|f(s,\sigma)\|_{L_2}, \tag{3}$$

где $L_2=L_2\left([0,2\pi]^2\right)$ *с обычной нормой.*

Теорема 2. *В условиях теоремы* 1 *единственное решение уравнения* (1) *можно найти итерационным методом*

$$\varphi^i=\varphi^{i-1}+\left(\frac{\gamma}{M}\right)^2\left(f-A\varphi^{i-1}\right),\quad i=1,2,\ldots, \tag{4}$$

сходящимся при любом начальном приближении $\varphi^0\in L_2$ *со скоростью геометрической прогрессии со знаменателем* $q=\left(1-\gamma^4M^{-2}\right)^{1/2}<1$, *где*

$$M=\|a_0\|_C+\|a_1\|_C+\|a_2\|_C+\|a_{12}\|_C+\|h\|,$$

а $C=C\left([0,2\pi]^2\right)$ *с обычной нормой,* $\|h\|$ — *норма функции* $h(s,\sigma;\xi,\eta)$ *в пространстве* $L_2\left([0,2\pi]^4\right)$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Габдулхаев Б. Г. *Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений первого рода.* – Казань: Изд–во Казанск. ун–та, 1994. – 288 с.

2. Габдулхаев Б. Г. *Численный анализ сингулярных интегральных уравнений. Избранные главы.* – Казань: Изд–во Казанск. ун–та, 1995. – 230 с.

О. И. Рейнов (Санкт–Петербург)

ЗАМЕТКИ О ТЕНЗОРНЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЯХ ОПЕРАТОРОВ В ЛЕБЕГОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Исследуется вопрос, связанный с вычислением норм тензорных произведений операторов, действующих между функциональными пространствами Лебега: верно ли, что если у нас есть два оператора $A : L^p(\mu) \to L^q(\nu)$ и $B : L^p(\mu) \to L^q(\nu)$, то норма их тензорного произведения

$$A \otimes B : L^p(\mu \otimes \mu) \to L^q(\nu \otimes \nu)$$

совпадает с произведением $\|A\|\,\|B\|$ их норм?

Теорема. *Ответ на сформулированный выше вопрос положителен в том и только в том случае, когда* $1 \leq p \leq q \leq \infty$.

Этот результат является ответом на вопрос, поставленный автору Я.Ю. Никитиным в конце мая 2000 г., и связан с некоторыми гипотезами в теории вероятностей.

Положительная часть утверждения теоремы может быть установлена с использованием абстрактной техники теории тензорных произведений в нормированных пространствах, но имеется также и элементарное доказательство, использующее только некоторые стандартные факты классической теории интеграла Лебега. Что касается отрицательной части нашего результата — "контрпримеров" -- то для их получения мы используем некоторые оценки из теории конечномерных p-суммирующих операторов в нормированных пространствах.